



TITLE:

単純な手書き計算ソフトの可能性
を探索 (数学ソフトウェアと教育:
数学ソフトウェアの効果的利用に
関する研究)

AUTHOR(S):

長坂, 耕作; 丸山, 真穂

CITATION:

長坂, 耕作 ...[et al]. 単純な手書き計算ソフトの可能性を探索 (数学ソフトウェアと教育:
数学ソフトウェアの効果的利用に関する研究). 数理解析研究所講究録 2013, 1865: 164-
170

ISSUE DATE:

2013-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/195366>

RIGHT:

単純な手書き計算ソフトの可能性を探る

長坂耕作

KOSAKU NAGASAKA*

神戸大学大学院人間発達環境学研究科

GRADUATE SCHOOL OF HUMAN DEVELOPMENT AND ENVIRONMENT, KOBE UNIVERSITY

丸山真穂

MIHO MARUYAMA

関電システムソリューションズ株式会社

KANDEN SYSTEM SOLUTIONS CO., INC.

1 はじめに

本報告は、丸山が平成 23 年度の神戸大学発達科学部卒業研究として取り組んだ内容 [32] を、数学ソフトウェアと教育という観点から、単純な手書き計算ソフトウェアの可能性について調査および今後の目指すべき方向性についてまとめ直したものである。なお、手書き計算という用語は、研究開発の立場などにより若干異なる解釈が存在するため、本報告で取り上げる「手書き計算」について定義を与えておく。

定義 1 (手書き計算)

デバイスは計算処理や直接的な計算補助を行わず（手書き数式認識を行わず）、人間が紙と鉛筆で行う筆算を、紙と鉛筆という手段に限定せず幅広くデバイス上で行う計算を、本報告では手書き計算と呼称する。すなわち、計算を行うのは、ユーザーである人間となる。

例 1 (紙と鉛筆による手書き計算)

本報告で扱う手書き計算の例として、多項式の簡単化を右図に記す。丁寧に手書き計算を行う場合、(1) 同じような式を何度も書き写す、(2) 部分的に展開や取りまとめを行う、(3) 人間が計算しやすいよう見やすいよう括弧書きなどを追加する、などの処理を暗黙的に行うことが見て取れる。後述するように、このような処理をデバイス上で Computer Aided のような形式で行うソフトウェアの研究開発は、積極的には行われていない。

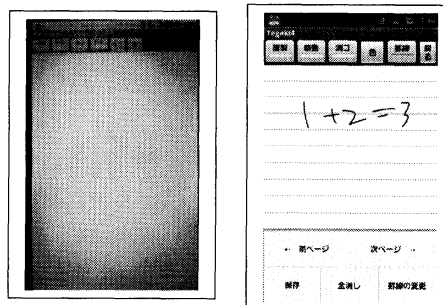
$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15 \\ &= \{(x+1)(x+7)\} \{(x+3)(x+5)\} + 15 \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15 \\ &= (x^2+8x)^2+22(x^2+8x)+105+15 \\ &= (x^2+8x)^2+22(x^2+8x)+120 \\ &= \{(x^2+8x)+12\} \{(x^2+8x)+10\} \\ &= (x+2)(x+6)(x^2+8x+10) \end{aligned}$$

本報告における手書き計算とは異なり、一般的に手書き計算ソフトウェアとは、デバイス上に手書き入力された数式を認識し、それを内部形式ないしは、MathML (Presentation Markup や Content Markup) で表現した上で、数式処理ソフトウェアを別途呼び出すか独自実装されたシステムで計算を行うことを指す。近年の教育用利用においては、その認識された数式に応じて、教育的指導を表示するものも多くなって

*nagasaka@main.h.kobe-u.ac.jp

いる。繰り返しとなるが、本報告の目的は、そのような数式認識を行わず、紙と鉛筆をペンタブレット状のデバイス（近年のタブレットやスマートフォンなど）に変えた場合にどのような計算機支援が可能となるかを明らかにすることである。

なお、丸山による卒業研究では、このような手書き計算を完全にサポート可能な形で成果物に至っていないが、一定の機能を有するソフトウェアを Android アプリとして実現しているため、そのスクリーンショットを右に掲載しておく。機能として実現されているのは、罫線表示（横、格子）、取り消し、コピー、移動、ページ分割、などのみである。



2 既知の研究について

本章では、既知の関連研究について述べておく。手書き計算として、筆算を電子化する場合、各国における筆算の教育方法に差異もあることから、日本における既知の研究については CiNii の検索で、海外における既知の研究については MKM (Mathematical Knowledge Management) などの過去の発表を元に調べている。

2.1 日本における既知の研究について

本報告では、日本における既知の研究について、CiNii を用いて調査を行っているため、それについてまとめておく。調査方法は、「手書き」を全文検索（2007 年から 2012 年を対象）、「手書き」を通常検索（2001 年から 2012 年を対象）、「手書き計算」を通常検索（すべて対象）、「手書き and 計算」を通常検索（すべて対象）の 4 種類である。先に要旨だけを述べておくと、手書き入力が実用的なデバイスの小型化および低価格化が進んだのは近年であり、既知の研究の多くは電子黒板などの大型のデバイスや授業システムに特化されており、個人学習の範囲となる筆算の電子化に特化した手書き計算の研究は行われていないことが、これらの結果から分かる。

2.1.1 「手書き」を全文検索（2007 年から 2012 年を対象）

この調査方法による検索結果によれば、2007 年から 2012 年の研究は大きく 3 つに分けることができる。1 つは、手書き入力という新たなインターフェイスを用いて、数学的な図形の入力を補助しようとするもの [24, 23]。そして、手書き入力というインターフェイスの特性を活かした教育法を開発しようとするもの [1, 14, 13, 16, 4]。最後の 1 つは、手書き入力結果のデータの標準化に関するもの [19] である。

特に教育法の開発は、筆算という特性を活かす方法も部分的に含まれているものの、授業システムとしての研究であり、筆算に特化した細かい部分を含むまでには至っていない。繰り返しになるが、生徒児童が日常的にペンタブレット状のデバイスに触れられる環境になりつつあるのは、デバイスの小型化および低価格化が進んだここ数年である。以前は、日常的な学習における計算をデバイス上の手書き計算で行うことは、非現実的なものであったことから、研究が行われていなかったと推察される。

2.1.2 「手書き」を通常検索（2001年から2012年を対象）

この調査方法による検索結果によれば、2001年から2012年の研究は、前述の区分と重複するものもあるが、大きく3つに分けることが出来る。1つは、手書き入力というインターフェースの特性を活かした教育法を開発しようとするもの[2, 15, 31]。そして、手書き入力による漢字の書き順チェックなどを可能とした教材作成を試みるもの[21, 22]。その他、手書き入力というインターフェースの可能性や価値の確認を行おうとするもの[20, 26, 25, 30, 27]である。

特に教材作成については、手書き入力というインターフェースの特性を活かし、紙と鉛筆の答案用紙からは読み取ることが困難な情報（漢字の書き順など）を教育に活かすという研究である。これは、本報告における紙と鉛筆の筆算をデバイスの活用でより効果的に行わせたい、という発想と同じで、これらの研究における筆算版と捉えて頂くことも可能であろう。

2.1.3 「手書き計算」などを通常検索（すべて対象）

この調査方法による検索結果によれば、CiNiiに登録されている既知の研究は、前述の区分と重複するものもあるが、大きく3つに分けることが出来る。1つは、手書き入力というインターフェースの特性を活かした利用方法を開発しようとするもの[17]。そして、手書き入力による数式認識に関係するもの[18]。その他、手書き入力というインターフェースの紙と鉛筆に代わる可能性を追及するもの[5]である。

特にスケッチインタフェースの研究動向[5]については、海外も含めた研究が取りまとめられており、非常に参考になる。この研究動向によれば、数式に限定せずスケッチという大きな枠からの様々な研究が進められていることがわかる。しかしながら、筆算に特化した研究についての情報は含まれていない（数式認識による自動計算や整形は存在する）。

2.2 海外における既知の研究について

MKMやスケッチインタフェースの研究動向[5]に基づいて、本報告著者が調べた範囲では、類似の既知研究は存在する[28, 29, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]が、どれも筆算という手書き計算に特化せず、あくまでもスケッチインタフェースとしての統合的な研究となっている。

MathPad2[9]は、スケッチインタフェースを有するソフトウェアとして、手書き入力、ジェスチャー操作、数式認識などによる問題解決をサポートする。MathPaper[28]では、それらをよりスムーズに、かつ自動的に行われるように進化しており、紙でなく黒板を対象としたMathSketch[3]というものも存在している。これらのキーワードは、共通して「ダイナミック」となっており、手書き入力された情報を有機的に結び付け互いに作用させるようなことが可能となっているようだ。

3 単純な手書き計算ソフトの今後

前述のように、スケッチインタフェースの研究は海外において特に進んでいるが、手書き計算（筆算）という観点に特化した研究はあまり行われていない。これら既知の研究の方向性は、手書き入力を新しいインターフェースとして捉え、より便利に数式を扱えるように、手書き入力されたものをオブジェクトとして扱い、これまで考えたことのないような利便性の追求と考えられる。しかしながら、同時にポメラ（いつでもどこでもすぐメモをとることに特化したもの）や親筆（手書き文字認識をするものの、入力した文字がそのままグリフとして扱われるテキストエディタ）のようなデバイスやアプリケーションも発案・利用されており、必ずしもすべてをデジタル化することが望まれているとは言えない。そこで、紙と鉛筆・書籍と記

憶, といったアナログの観点と, 入出力装置 (手書き含む)・ネットと検索, といったデジタルの観点の双方から単純な手書き計算ソフトウェアについて考察を行うことにする。

3.1 メディアの融合

これまでの数学ソフトウェアの開発においては, 何が計算出来るのか, に主目的が置かれ一般的なソフトウェア設計におけるプロセスが行われていないことが多いと著者は感じている。単純に人間の頭を計算機に置き換えただけの設計でも, 多くの研究開発の現場においては重要な知見をもたらすことも事実であるが, 異なる分野や教育に用いようとするときには, ユーザビリティの観点からの改善が望まれることも多いと推察できる。今回のテーマである「手書き計算」について考えると, これまでアナログであった筆算をデジタル化しようと思っただけ思うと, ついつい「By some Digital Devices」といった形式になりがちである。しかし本来は, 単に何らかのデバイスを使えば良いのではなく, アナログ的な操作を「With some Digital Devices」といった形式で, より高みに昇華することが望まれていると考えるべきである。

簡単なペルソナを設定して, このような数学ソフトウェアの設計と利用を考えただけでも, 我々は何をしたいのか, 速く計算結果を知りたいのか, 正確な描画結果を得たいのか, それらを我々はどう得たいのか, 結果だけが重要なのか, 計算プロセスも重要なのか, 全体を通してのプロセスに対しての要望は, 機器操作というプロセスに対しての要望は, などの要検討事項がたくさん出てくる。キーワードは, 「Think Not Different」である。例えば, (本研究集会は京都で行われたため) 京都旅行を取り上げて考えてみる。東京から京都まで徒歩や夜行列車でなく, 新幹線や飛行機を使うことが出来る。これを, 単に「楽に京都に行けるようになった」と捉えるか, 「新幹線・飛行機ならではの旅行としよう」と捉えるかには大きな開きがある。この例での本質は, 旅行 (たび) の愉しみ (たのしみ) であり, それを如何に期待される以上に高められるかというのが一般に望まれる。手段が変わったからといって, それに満足してはいけないということが分かる¹⁾。

本題に戻り, 単純な手書き計算ソフトウェアの可能性を考えよう。現状, 我々には, Maple や Mathematica などのソフトウェアを使った計算というものも選択可能であるが, そうではなく, 手書きで計算という選択をする場合, 何をしたいのだろうか (何を求めているのだろうか)。簡単なところでは, 計算手順を確認する, 計算練習をする, 様々な観点から数式を自由に変形したり表現する²⁾, といった目的が考えられる。これらの紙と鉛筆というメディアの利便性を侵さず, 最大限の援用としては, 基本の DRY (Don't Repeat Yourself) という観点から, 複製, 移動, 拡張, 検索, 置換などは外せないであろう。それに加えて, 手書き計算 (筆算) に特化した操作ではあるが, 紙と鉛筆では難しいものとして, 一時的な斜線 (や記号など), 一時的または恒久的な余白の拡張, 無尽蔵な計算スペースの提供などがすぐに思いつく。さらに個々の筆算の操作を深化させていくことで, 紙以上の紙, 鉛筆以上の鉛筆へと, 単純な手書き計算ソフトウェアを発展させていくことは可能であろう。これが筆算というアナログ的手法が本来潜在的に持ち合わせている可能性と言える。

3.2 まとめ

本報告では, 単純な手書き計算ソフトウェアの可能性を, アナログのデジタル化やユーザインターフェイスという観点から紐解く試みを行った。筆算は誰もが行うものであるが, 同時に潜在的な「With the Digital Devices」の身近で簡単な例でもある。この考え方は「数学ソフトウェア」一般にも言えることで, 機械が

¹⁾福岡教育大学藤本氏に, いかに昇華するかという論点で有意義な議論を事前に個人的にさせて頂いたことに, 感謝したい。

²⁾これらは, 数式処理ソフトウェアでも可能かもしれないが, 数学的に正しくない変形が難しいなど, 決して自由度は高くない。

やるべきか（可能なものは全てさせ、余計な操作を求めない）、人間がやるべきか（人間がすべきことを検討して、人間がすべきことを侵さない）、といった設計が今後は重要になってくると考えられる。

参 考 文 献

- [1] M. Ando and M. Ueno. Effect analysis of e-learning that uses tablet pc. 日本教育工学会論文誌, 35(2):109–123, 2011.
- [2] H. Egi, S. Hourii, Y. Kato, W. Tsukuhara, and M. Nakagawa. Analysis and evaluation of the hand-written annotation to lecture video for faculty development. *Research report of JSET Conferences*, 2009(3):155–159, 2009.
- [3] C. Grossauer, F. Perteneder, M. Haller, J. Walny, J. Brosz, A. Tang, and S. Carpendale. MathSketch: Designing a Dynamic Whiteboard for Instructional Contexts. *Computer Human Interaction 2012, CHI' 12*, 2012.
- [4] S. Hori, T. Terada, Y. Kato, H. Egi, W. Tsukuhara, and M. Nakagawa. A peer review system on lecture video with handwritten annotation. *IEICE technical report. Education technology*, 108(315):17–22, 2008.
- [5] T. Igarashi. Recent trends in sketching interfaces. コンピュータソフトウェア, 23(4):3–13, 2006.
- [6] J. LaViola. Advances in Mathematical Sketching: Moving Toward the Paradigm's Full Potential. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 27(1):38–48, 2007.
- [7] J. LaViola. An Initial Evaluation of a Pen-Based Tool for Creating Dynamic Mathematical Illustrations. *In the Proceedings of the Eurographics Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, 2006:157–164, 2006.
- [8] J. LaViola. Mathematical Sketching: A New Approach to Creating and Exploring Dynamic Illustrations. *Ph.D. Dissertation, Brown University, Department of Computer Science*, 2005.
- [9] J. LaViola and R. Zeleznik. MathPad2: A System for the Creation and Exploration of Mathematical Sketches. *ACM Transactions on Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 2004)*, 23(3):432–440, 2004.
- [10] J. LaViola Jr., A. Leal, T. Miller, and R. Zeleznik. Evaluation of Techniques for Visualizing Mathematical Expression Recognition Results. *Graphics Interface*, 131–138. 2008.
- [11] C. Li, T. Miller, R. Zeleznik, and J. LaViola Jr. AlgoSketch: Algorithm Sketching and Interactive Computation. *In EUROGRAPHICS Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, 2008.
- [12] C. Li, R. Zeleznik, T. Miller, and J. LaViola Jr. Online Recognition of Handwritten Mathematical Expressions with Support for Matrices. *Proceedings of the 19th International Conference on Pattern Recognition*, 2008.
- [13] R. Mine, A. Maki, M. Takahashi, and K. Nakamura. Development of education method for critical thinking using digital pen : Development of information sharing system using digital pen and its evaluation. *IEICE technical report. Education technology*, 110(334):47–52, 2010.
- [14] R. Mine, A. Maki, M. Takahashi, and K. Nakamura. Development of education method for critical thinking using digital pen : Evaluation of the system from the point of views of usability. *IEICE technical report. Education technology*, 110(453):33–38, 2011.

- [15] H. Mishina, T. Hayashi, H. Shimada, and S. Miyamoto. A study of interface of handwriting synchronized with narration. 日本教育工学会大会講演論文集, 20:277–278, 2004.
- [16] M. Miura, T. Sugihara, and S. Kunifuji. Improvement of digital pen learning system for daily use in classroom(paper on educational system development, special issue development of learning and educational technologies). *Japan journal of educational technology*, 34(3):279–287, 2010.
- [17] M. Namiki, T. Kawamata, K. Nakajima, E. Hayakawa, and N. Takahashi. Toward user-oriented pattern data base system "tebunko". 全国大会講演論文集, 46(4):219–220, 1993.
- [18] S. Nozaki, T. Satoh, and M. Nakagawa. Formatting of handwritten mathematical formulas. 全国大会講演論文集, 48(3):285–286, 1994.
- [19] H. Oda, T. Terada, J. Tokuno, S. Ito, and M. Nakagawa. H-021 proposal of a standardization and management system for unconstrained on-line japanese handwriting patterns written by digital pen and collection of their databases. 情報科学技術フォーラム講演論文集, 8(3):137–138, 2009.
- [20] F. Sho, S. Yu, and M. Kazuyoshi. A method to make a space for new message on electric message board with reducing user's hesitation in deleting existing message. *IPSI SIG technical reports*, 2012(15):1–8, 2012.
- [21] N. Takeda, H. Takahashi, Y. Mikawa, S. Arashima, T. Oohashi, S. Kurosaka, S. Takamoto, and N. Uekusa. Development and application of electronic teaching materials for self-study after class with automatic grading system handwriting. *Research report of JSET Conferences*, 2011(3):13–20, 2011.
- [22] N. Takeda, H. Takahashi, Y. Mikawa, S. Arashima, T. Oohashi, S. Kurosaka, S. Takamoto, and N. Uekusa. Development of electronic learning materials for after-school study room with automatic scoring system handwriting. *Research report of JSET Conferences*, 2010(3):85–92, 2010.
- [23] M. Tonishi and N. Nakamura. A trial of input method using tabletpc for geometric problems. *IEICE technical report. Education technology*, 108(315):33–35, 2008.
- [24] M. Tonishi and N. Nakamura. D-15-25 a design of input interface using tabletpc for geometric problems. *Proceedings of the IEICE General Conference*, 2009(1):203, 2009.
- [25] S. Uchida, M. Liwicki, M. Iwamura, S. Omachi, and K. Kise. Digital pen. *The Journal of the Institute of Image Information and Television Engineers*, 64(3):293–298, 2010.
- [26] S. Uchida, M. Liwicki, M. Iwamura, S. Omachi, and K. Kise. The data-embedding pen. *IEICE technical report*, 111(74):17–22, 2011.
- [27] Y. Yamanoguchi. Paper keyboard : New japanese input method using digital pen. 情報処理学会研究報告. HI, ヒューマンインタフェース研究会報告, 2006(72):95–102, 2006.
- [28] R. Zeleznik, T. Miller, C. Li, and J. LaViola Jr. MathPaper: Mathematical Sketching with Fluid Support for Online Computation. In *Smart Graphics: 9th International Symposium, SG 2008*, LNCS 5166:20–32, 2008.
- [29] R. Zeleznik, T. Miller, and C. Li. Designing UI Techniques for Handwritten Mathematics. In *EUROGRAPHICS Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, 91–98, 2007.
- [30] 安藤雅 and 植野真. Effect analysis of handwritten input environment to e-learning contents that uses tablet pc. *JSiSE research report*, 24(5):60–67, 2010.

- [31] 伊藤剛, 原克, and 石垣一. 小学生のための手書き入力電子教材の開発 (学習モデルの再考と知的学習支援システム). *JSiSE research report*, 19(3):57–62, 2004.
- [32] 丸山真穂. Android による手書き計算アプリケーションの設計と開発. 神戸大学発達科学部人間環境学科数理情報環境論コース卒業論文, 2012.